مراجعة ليلة الامتحان

الصف الثالث الثانوى

فى

الهندسة الفراغية

منتدى توجيه الرياضيات
أ/ عادل إدوار

① الإكمال :

[ا] إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعها يكون عموديًا على مستواهما .

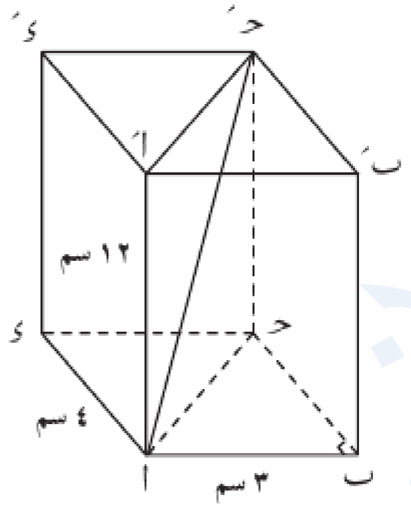
[ب] الزاوية بين مستقيم ومستوى هي الزاوية بين المستقيم ومسقطه على المستوى .

[حـ] إذا قطع مستوى مستويين متوازيين فخطا تقاطعه معهما يكونان متوازيين .

[ء] إذا كان كل من مستويين متقاطعين عموديًا على مستوى ثالث كان خط تقاطع هذين المستويين عموديًا على المستوى الثالث .

② ا ب حـ ء ا َ ب َ حـ َ ء َ متوازى مستطيلات أطوال ثلاثة أحرف متلاقية فى رأس منه ٣ سم ، ٤ سم ، ١٢ سم ، احسب طول ا حـ َ وقياس الزاوية بين ا حـ َ والمستوى ا َ ب َ حـ َ ء َ

الحل



في Δ ا ب حـ : ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (ا حـ)^2 = (ا ب)^2 + (ب حـ)^2 = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ (ا حـ)^2 ∴ ا حـ = ٥ سم .

∵ حـ حـ َ ⊥ المستوى ا ب حـ ء ∴ حـ حـ َ ⊥ ا حـ

في Δ حـ حـ َ ا : ق (∠ حـ) = ٩٠°

∴ (ا حـ َ)^2 = (ا حـ)^2 + (حـ حـ َ)^2 = ٢٥ + (١٢)^2 = ١٦٩

∴ ا حـ َ = ١٣ سم .

∵ مسقط ا حـ َ على المستوى ا َ ب َ حـ َ ء َ هو ا َ حـ َ

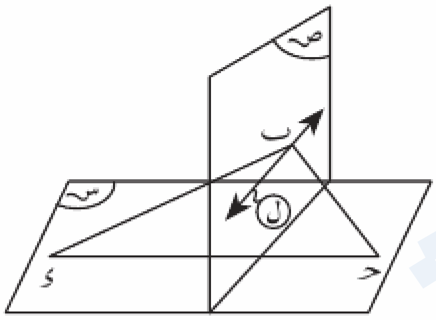
ظا (∠ ا حـ َ ا َ) = $\frac{\text{ا ا َ}}{\text{حـ َ ا َ}}$ = $\frac{١٢}{٥}$ ∴ ق (∠ ا حـ َ ا َ) = ٤٨ً ٢٢َ ٦٧°

③ سـ ، صـ مستويان متعامدان ، المستقيم ل يقع في صـ رسم من النقطة ب ∈ ل

المستقيمان ب حـ ، ب ؍ عمـوديان على ل ويلاقيان المستوى سـ في حـ ، ؍

على الترتيب أثبت أن : حـ ؍ ⊥ صـ

الحل



∵ ل ⊥ كل من ب حـ ، ب ؍

∴ ل ⊥ المستوى ب حـ ؍ ∴ ل ⊥ حـ ؍

∵ حـ ؍ ⊂ سـ ، سـ ⊥ صـ

∴ حـ ؍ ⊥ صـ

---

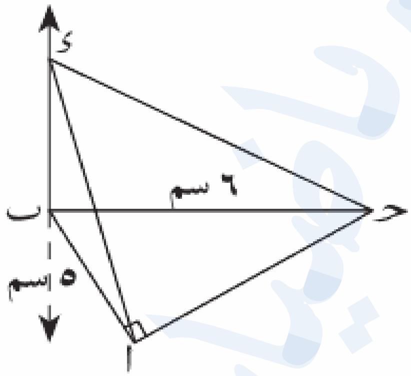
④ ا ب حـ مثلث قائم الزاوية في ا ، رسم ب ؍ عموديًا على مستوى المثلث .

(أولًا) أثبت أن : المستويين ؍ ا ب ، ؍ ا حـ متعامدان .

(ثانيًا) إذا كان : ا ب = ٥ سم ، ب حـ = ٦ سم ، فأوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ا ب ؍ ، حـ ب ؍

الحل

(أولًا) ∵ ب ؍ ⊥ المستوى ا ب حـ



∵ ا حـ ⊂ في المستوى ا ب حـ

∴ ب ؍ ⊥ ا حـ ،

ا ب ⊥ ا حـ

∴ ا حـ ⊥ كل ا ب ، ب ؍ ∴ ا حـ ⊥ المستوى ا ب ؍

∵ ا حـ ⊂ المستوى ؍ ا حـ ∴ المستوى ؍ ا حـ ⊥ المستوى ا ب ؍

(ثانيًا) ∵ كل من ا ب ، ب حـ ⊥ ب ؍

∴ ∠ ا ب حـ هي زاوية مستوية للزاوية الزوجية بين المستويين ا ب ؍ ، حـ ب ؍

في Δ ا ب حـ : جتا ب = $\frac{٥}{٦}$ ∴ ق (∠ ا ب حـ) = ٣٣° ٣٣َ ٢٦ً

⑤ أكمل كلًّا مما يأتي :

(أولًا) إذا اشترك مستويان مختلفان في نقطة فإنهما يشتركان في .... يمر بهذه النقطة .

(ثانيًا) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هي إحدى الزوايا التي يصنعها أحدهما مع أي مستقيم ....

(ثالثًا) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيمًا في المستوى فإنه ....

(رابعًا) المستقيم العمودى على كل من مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون ....

الحل

(أولًا) خط مستقيم .

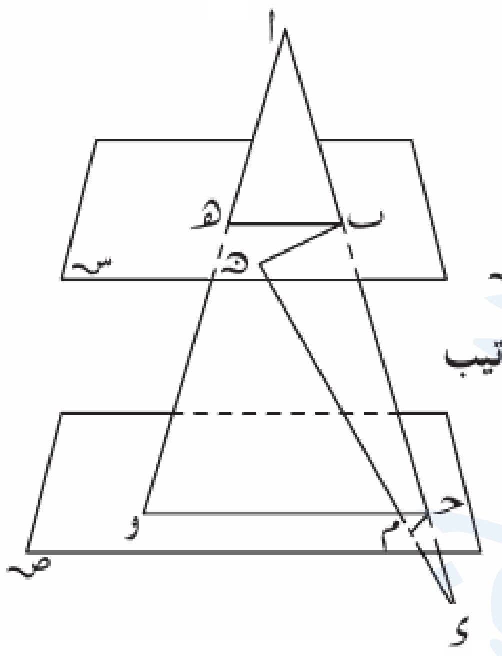
(ثانيًا) قاطعًا له ويوازى الآخر .

(ثالثًا) يوازى ذلك المستوى .

(رابعًا) عموديًا على مستواهما .

---

⑥ في الشكل المقابل :



س ، ص مستويان متوازيان ، $\overline{\text{أ ى}}$ يقطع المستويين في ب ، حـ على الترتيب بحيث كان :

أ ب : ب حـ : حـ ى = ٣ : ٤ : ٢ ، $\overline{\text{أ و}}$ يقطع س ، ص في النقطتين هـ ، و ، $\overline{\text{ى ن}}$ يقطعهما في ن ، م على الترتيب

أوجد بالبرهان القيمة العددية للمقدار : $\frac{\text{حـ م}}{\text{ب ن}} \times \frac{\text{ب هـ}}{\text{حـ و}}$

الحل

$\overleftrightarrow{\text{أ ى}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ن ى}}$ يعينان مستوى يقطع س ، ص

في $\overleftrightarrow{\text{ب ن}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ م}}$ ∴ $\overline{\text{ب ن}} // \overline{\text{حـ م}}$

∵ Δ ب ى ن يشابه Δ حـ ى م ∴ $\frac{\text{حـ م}}{\text{ب ن}} = \frac{\text{حـ ى}}{\text{ب ى}} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

∵ Δ أ ب هـ يشابه Δ أ حـ و ∴ $\frac{\text{ب هـ}}{\text{حـ و}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ حـ}} = \frac{٣}{٧}$

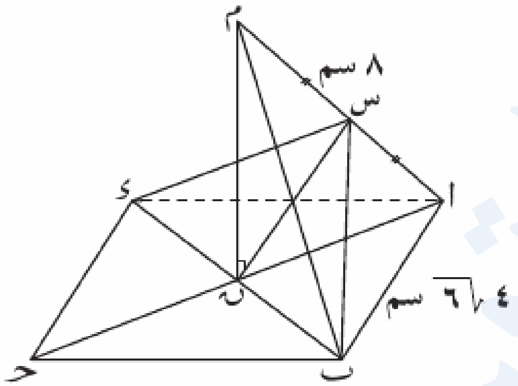
∴ $\frac{\text{حـ م}}{\text{ب ن}} \times \frac{\text{ب هـ}}{\text{حـ و}} = \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{٧} = \frac{١}{٧}$

٧ م ا ب ح ى هرم رباعى قائم رأسه م ، طول حرفه الجانبى ٨ سم ، وطول ضلع قاعدته ٤ $\sqrt{٦}$ سم

أوجد : (أولًا) ارتفاع الهرم . (ثانيًا) قياس زاوية ميل $\overline{\text{م ا}}$ على المستوى ا ب ح ى

(ثالثًا) قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية (∠ س – $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$ – ا) حيث س منتصف $\overline{\text{م ا}}$

الحل



(أولًا) ∵ قطر المربع = ل $\sqrt{٢}$

∴ ا ح = ٤ $\sqrt{٦}$ × $\sqrt{٢}$ = ٨ $\sqrt{٣}$ سم .

∴ ا ن = $\frac{١}{٢}$ × ٨ $\sqrt{٣}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم .

في Δ م ن ا :

∵ (م ن)^{٢} = (م ا)^{٢} – (ا ن)^{٢}

∴ (م ن)^{٢} = (٨)^{٢} – (٤ $\sqrt{٣}$)^{٢}

∴ (م ن)^{٢} = ٦٤ – ٤٨ = ١٦ ∴ م ن = ٤ سم .

(ثانيًا) ∵ $\overline{\text{ا ن}}$ هو مسقط $\overline{\text{ا م}}$ على القاعدة ا ب ح ى

∴ ∠ م ا ن هي زاوية ميل $\overline{\text{م ا}}$ على القاعدة ا ب ح ى

حا (∠ م ا ب) = $\frac{\text{م ن}}{\text{ا م}}$ = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$ ∴ ق (∠ م ا ن) = ٣٠°

(ثالثًا) ∵ كل من $\overline{\text{ا ن}}$ ، $\overline{\text{س ن}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ى}}$

∴ ∠ ا ن س هي زاوية مستوية للزاوية الزوجية (∠ س – $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$ – ا)

في المثلث م ن ا ∵ ق (∠ ن) = ٩٠° ، ∵ س منتصف $\overline{\text{م ا}}$

∴ ن س = $\frac{١}{٢}$ م ا = س ا ∴ ق (∠ س ن ا) = ق (∠ س ا ن) = ٣٠°

٨ إذا كانت مساحات أسطح ثلاثة أوجه متلاقية فى نقطة فى متوازى مستطيلات تساوى ٢ ، ٣ ، ٦ سم^{٢} فأوجد : مربع طول قطر متوازى المستطيلات .

الحل

بفرض أن أبعاد متوازى المستطيلات هى : س ، ص ، ع

∴ س ص = ٢ .... ① ، ص ع = ٣ .... ② ، س ع = ٣ .... ③

بضرب ① × ② × ③ ∴ س^{٢} ص^{٢} ع^{٢} = ٢ × ٣ × ٦ = ٣٦ ∴ س ص ع = ٦

بالتعويض ① ∴ ع = ٣ ② ∴ س = ٢ ③ ∴ ص = ١

∵ مربع طول القطر = س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} ∴ ر^{٢} = ١٤

⑨ أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :

(أ) إذا تعامد مستويان ورسم فى أحدهما مستقيم عموديًا على خط التقاطع كان هذا المستقيم عموديًا على المستوى الآخر .

(ب) جميع المستقيمات الرأسية متوازية .

(حـ) إذا كان المستقيمان $ل_1$ ، $ل_2$ متخالفين فإن : $ل_1 \cap ل_2 = \emptyset$.

(ء) أقل عدد من المستويات تحدد مجسمًا يساوى أربعة .

---

⑩ س ، ص ، ع ثلاث مستويات متوازية ، المستقيم ل يقطعها فى النقط ا ، ب ، حـ على الترتيب والمستقيم م يقطعها فى النقط ء ، هـ ، و على الترتيب وكان ل ، م يقعان فى مستوى واحد ، فإذا كان : ٤ ء هـ = ٣ هـ و ، اء = ٤ سم ، حـ و = ١١ سم فاحسب طول $\overline{ب هـ}$

الحل المستوى الذى يحتوى ل ، م يقطع المستويات المتوازية س ، ص ، ع فى

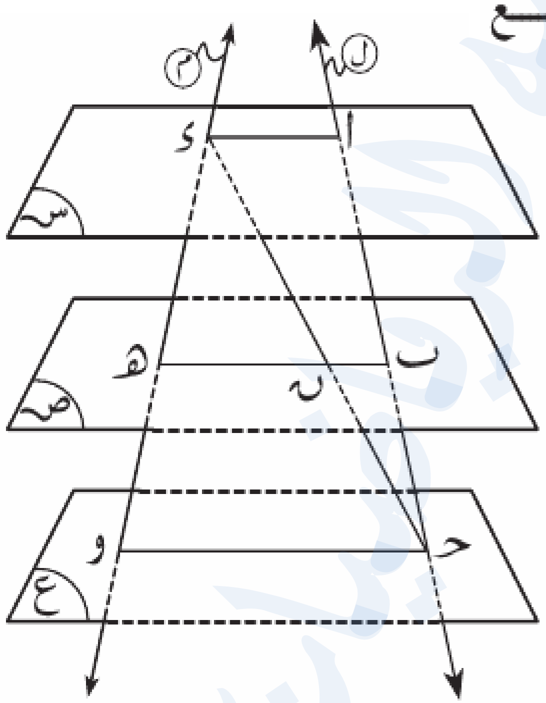
$\overleftrightarrow{اء}$ ، $\overleftrightarrow{ب هـ}$ ، $\overleftrightarrow{حـ و}$

$\therefore \overleftrightarrow{اء} // \overleftrightarrow{ب هـ} // \overleftrightarrow{حـ و}$

برسم $\overline{حـ ء}$ حيث $\overline{حـ ء} \cap \overline{ب هـ} = \{ن\}$

$\therefore \overline{ن هـ} // \overline{حـ و}$

$\therefore \Delta ء ن هـ \sim \Delta ء حـ و$



$\therefore \frac{ء ن}{ء حـ} = \frac{ن هـ}{حـ و} = \frac{ء هـ}{ء و} = \frac{٣}{٧}$

$\therefore \frac{ن هـ}{١١} = \frac{٣}{٧}$ $\therefore ن هـ = \frac{٣٣}{٧}$ ...... ①

$\because \Delta حـ ب ن \sim \Delta حـ ا ء$

$\therefore \frac{ب ن}{ا ء} = \frac{حـ ن}{حـ ء}$ $\therefore \frac{ب ن}{٤} = \frac{٤}{٧}$

$\therefore ب ن = \frac{١٦}{٧}$ ...... ②

بجمع ① ، ②

$\therefore ب هـ = \frac{٤٩}{٧} = ٧$ سم

(١١) س ، ص مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ومن نقطة حـ لا تنتمي لأي من المستويين رسم $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$ عموديًا على المستوى س ليقطعه في ء ، $\overleftarrow{\text{حـ هـ}}$ عموديًا على المستوى ص ليقطعه في هـ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ $\overline{\text{ءهـ}}$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ⊥ المستوى س ∴ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ....(١)

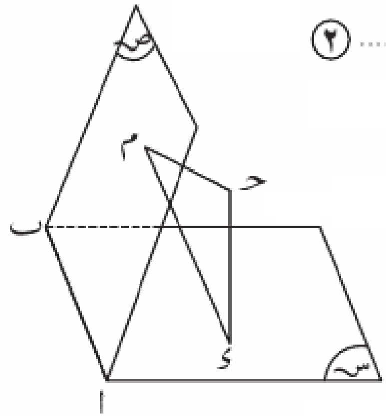
∵ $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$ ⊥ المستوى ص ∴ $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ....(٢)

من (١) ، (٢)

∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ كل من $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ المستوى حـ ء هـ

∴ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ءهـ}}$



---

(١٢) أ ب حـ ء هرم ثلاثي رسم المستوى س يوازي $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ فقطع $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ في هـ ، و ، ع ، ل ، على الترتيب : أثبت أن : $\frac{\text{هـ و}}{\text{أحـ}} + \frac{\text{هـ ل}}{\text{ب ء}} = ١$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ // المستوى س ، $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ محتوى في المستوى أ ب حـ وقطع المستوى س في $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ ∴ $\frac{\text{ب هـ}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ب و}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{ا حـ}}$ ....(١)

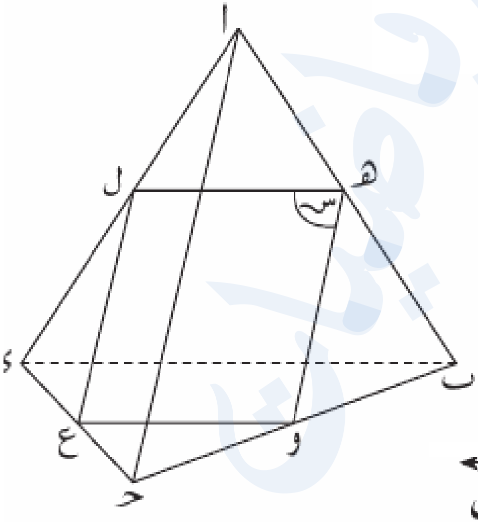
∵ $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ // المستوى س ،

$\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ محتوى في المستوى أ ب ء وقطع المستوى س في $\overleftrightarrow{\text{هـ ل}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{هـ ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ ∴ $\frac{\text{ا هـ}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ا ل}}{\text{ا ء}} = \frac{\text{هـ ل}}{\text{ب ء}}$ ....(٢)

من (١) ، (٢)

∴ $\frac{\text{هـ و}}{\text{ا حـ}} + \frac{\text{هـ ل}}{\text{ب ء}} = \frac{\text{ب هـ}}{\text{ا ب}} + \frac{\text{ا هـ}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ب هـ} + \text{ا هـ}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ا ب}} = ١$



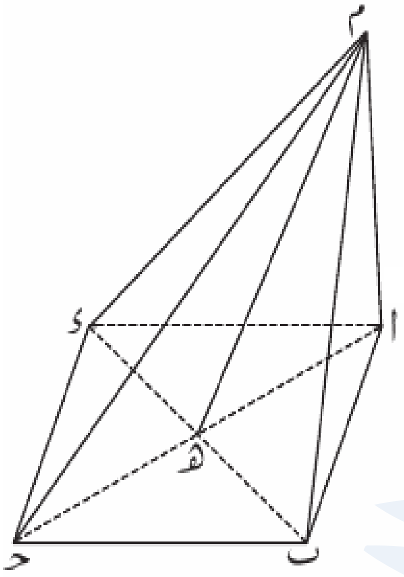
(١٣) ا ب حـ ء مربع طول ضلعه ٨ سم تقاطع قطراه في هـ ، رسمت م‾ا عمودية على مستوى المربع

بحيث كان : ام = ٤ √٢ سم . أوجد : (أولاً) ق (∠ ا – ب ء – م) .

(ثانيًا) ظل زاوية ميل م‾حـ على المستوى ا ب حـ ء .

(ثالثًا) أثبت أن المستوى م ا حـ عمودي على المستوى م ب ء .

الحل



نصل م‾هـ ∵ م‾هـ مائل على المستوى ا ب حـ ء ومسقطه

م‾هـ ⊥ ب‾ء ∴ م‾هـ ⊥ ب‾ء

∴ ق (∠ ا – ب ء – م) = ق (∠ ا هـ م)

∵ ا حـ = ٨ √٢ سم . ∴ ا هـ = ٤ √٢ سم .

∴ طا (∠ ا هـ م) = $\frac{٤\sqrt{٢}}{٤\sqrt{٢}}$ = ١ ∴ ق (∠ ا هـ م) = ٤٥°

(ثانيًا) طا (∠ م حـ ا) = $\frac{\text{م ا}}{\text{ا حـ}}$ = $\frac{٤\sqrt{٢}}{٨\sqrt{٢}}$ = $\frac{١}{٢}$

(ثالثًا) ∵ م‾ا ⊥ المستوى ا ب حـ ء ∴ م‾ا ⊥ ب‾ء ، ا‾حـ ⊥ ب‾ء

∴ ب‾ء ⊥ المستوى م ا حـ ∵ ب‾ء محتوى في المستوى م ب ء

∴ المستوى م ب ء ⊥ المستوى م ا حـ

---

(١٤) **أكمل ما يأتي بحيث تكون العبارة صحيحة :**

(ا) إذا وازى مستقيم كلًا من مستويين متقاطعين فإنه يوازي خط تقاطعهما .

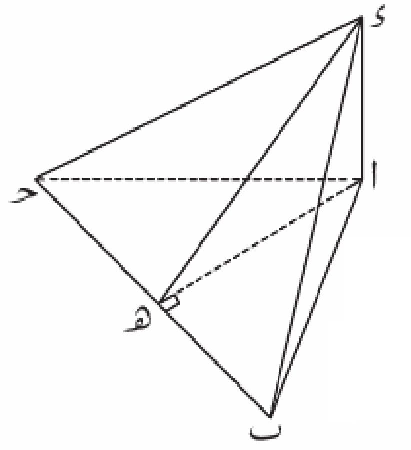
(ب) المستقيمان العموديان على مستوى واحد متوازيان .

(حـ) إذا تعامد مستويان فكل مستقيم في أحدهما عمودي على خط التقاطع يكون عموديًا على المستوى الآخر .

(ء) إذا كانت مساحة سطح المكعب ١٥٠ سم² فإن طول قطره يساوي ٥ √٣ سم .

(١٥) ء ا ب حـ هرم ثلاثي فيه ء ا عمودية على كل من ا ب ، ا حـ رسمت ا هـ ⊥ ب حـ . حيث هـ ∈ ب حـ أثبت أن : ب حـ ⊥ المستوى ء ا هـ

الحل



∵ ء ا ⊥ كل من ا ب ، ا حـ

∴ ء ا ⊥ المستوى ا ب حـ ∴ ء ا ⊥ ب حـ

∵ ا هـ ⊥ ب حـ

∴ ب حـ ⊥ كل من ء ا ، ا هـ

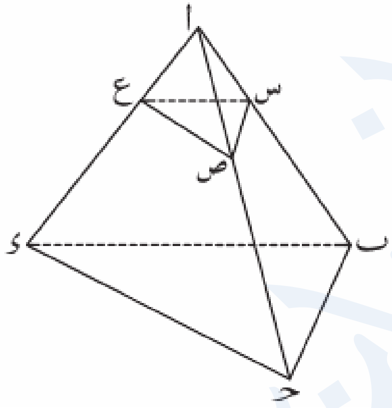
∴ ب حـ ⊥ المستوى ء ا هـ

---

(١٦) ا ، ب ، حـ ، ء أربع نقط ليست في مستوى واحد . رسم المستوى سـ قاطعًا ا ب ، ا حـ ، ا ء في النقط س ، ص ، ع على الترتيب بحيث كان : ا س / ا ب = ا ص / ا حـ = ا ع / ا ء = ١ / ٤

أثبت أن : المستوى سـ // المستوى ب حـ ء وإذا كان : ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ١٦ سم ، ب ء = ٢٠ سم ، فأوجد مساحة سطح المثلث س ص ع .

الحل



∵ ا س / ا ب = ا ص / ا حـ = ١ / ٤ ∴ س ص // ب حـ ، س ص / ب حـ = ١ / ٤

∵ ا ص / ا حـ = ا ع / ا ء = ١ / ٤

∴ ص ع // حـ ء ، ص ع / حـ ء = ١ / ٤

∴ المستوى س ص ع // المستوى ب حـ ء

∵ المستوى سـ // المستوى ب حـ ء ∴ ا س / ا ب = ا ع / ا ء = ١ / ٤ ∴ س ع / ب ء = ١ / ٤

∴ س ص / ب حـ = ص ع / حـ ء = س ع / ب ء = ١ / ٤

∴ س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم ، س ع = ٥ سم .

∵ $(\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2 = (\text{س ع})^2$ ∴ ق (∠ س ص ع) = ٩٠°

مساحة المثلث س ص ع = ١/٢ × ٣ × ٤ = ٦ سم²

⑰ أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :

(أ) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هى إحدى الزوايا التى يصنعها أحدهما مع أى مستقيم مرسوم من نقطة عليه موازيا الآخر .

(ب) إذا كان مستقيم عموديا على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عموديًا على ذلك المستوى .

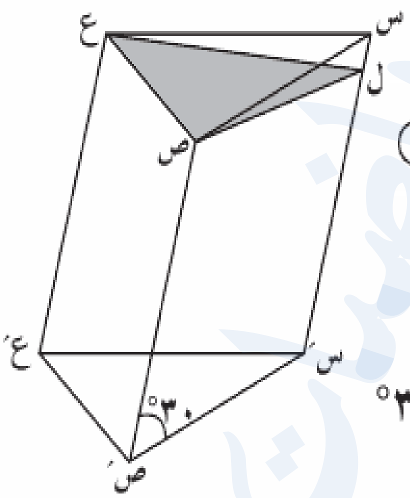
(حـ) إذا قطعت عدة مستويات متوازية بمستقيمين فإن أطوال القطع المستقيمة المحصورة بينها تكون متناسبة .

(ء) مكعب طول قطره $٣\sqrt{٣}$ سم فإن : طول قطر أى وجه من أوجهه يساوى $٣\sqrt{٢}$ سم .

---

⑱ س ص ع سَ صَ عَ منشور ثلاثى مائل فإذا كانت النقطة ل ∈ $\overline{سَ س}$ بحيث : $\overline{سَ س}$ ⊥ المستوى ل ص ع فأثبت أن الوجه ص صَ عَ ع مستطيل ، وإذا كان ق (∠ ص صَ سَ) = ٣٠° فأوجد قياس زاوية ميل $\overline{س ص}$ على المستوى ل ص ع

الحل



∵ $\overline{سَ س}$ ⊥ المستوى ل ص ع

∴ $\overline{سَ س}$ ⊥ $\overline{ص ع}$ ، $\overline{سَ س}$ // $\overline{صَ ص}$ ∴ $\overline{ص صَ}$ ⊥ $\overline{ص ع}$ ...... ①

∵ الوجه ص صَ عَ ع متوازى أضلاع . ... ②

من ① ، ② ∴ الوجه ص صَ عَ ع مستطيل .

فى متوازى الأضلاع س سَ صَ ص ∵ ق (∠ ص صَ سَ) = ٣٠°

∵ ق (∠ سَ س ص) = ٣٠°

∵ $\overline{سَ س}$ ⊥ المستوى ل ص ع ∴ $\overline{ل ص}$ هو مسقط $\overline{س ص}$ على المستوى ل ص ع

∴ ∠ س ص ل هى زاوية ميل $\overline{س ص}$ على المستوى ل ص ع

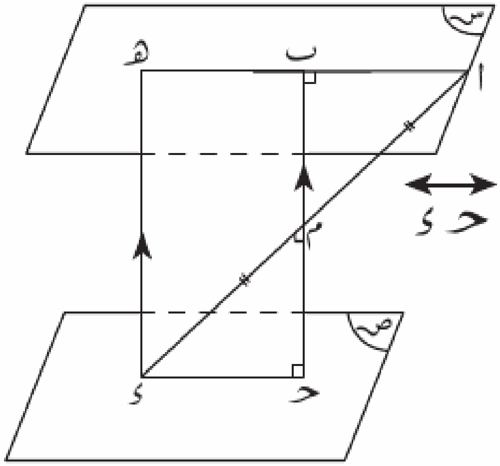
∴ ق (∠ س ص ل) = ٦٠°

(١٩) المستويان س ، ص متوازيان فإذا كانت النقط : أ ، ب ، هـ ∈ المستوى س ، حـ ، ى ⊃ المستوى ص

بحيث : $\overline{ى هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ ى}$ ∩ $\overline{ب حـ}$ = { م } فأثبت أن النقط : أ ، ب ، هـ على استقامة واحدة .

وإذا كانت م منتصف $\overline{أ ى}$ ، أ ب = ٧ سم ، فأوجد طول $\overline{ب هـ}$

الحل



∵ $\overline{أ ى}$ ∩ $\overline{ب حـ}$ = { م }

∴ النقط أ ، ب ، حـ ، ى تقع في مستوى

واحد ، ويقطع المستوى س في $\overleftrightarrow{أ ب}$ والمستوى ص في $\overleftrightarrow{حـ ى}$

∴ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ى}$ .... ①

∵ $\overleftrightarrow{ب حـ}$ // $\overleftrightarrow{هـ ى}$ ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـ ى}$ = ∅

∴ $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{هـ ى}$ يعينان المستوى

ب حـ ى هـ القاطع للمستويين المتوازيين س ، ص في $\overleftrightarrow{ب هـ}$ ، $\overleftrightarrow{حـ ى}$

∴ $\overleftrightarrow{ب هـ}$ // $\overleftrightarrow{حـ ى}$ .... ②

من ① ، ② ∴ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{ب هـ}$

∴ أ ، ب ، هـ على استقامة واحدة .

∵ أ م = م ى ، $\overleftrightarrow{م ب}$ // $\overleftrightarrow{ى هـ}$ ∴ ب منتصف $\overline{أ هـ}$ ∴ ب هـ = أ ب = ٧ سم .

(٢٠) **أكمل ما يأتي بحيث تكون العبارة صحيحة :**

(أ) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيما في المستوى فإنه يوازي ذلك المستوى .

(ب) إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستقيمين مستويين معا وغير متوازيين فإنه يكون عموديًا على مستواهما .

(حـ) إذا رسم مستقيم مائلًا على مستوى وكان عموديا على مستقيم في المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون عموديًا على هذا المستقيم .

(ى) إذا كان ارتفاع هرم ثلاثي منتظم يساوي $\sqrt{6}$ سم فإن مجموع أطوال أحرفه يساوي

∵ ع = $\sqrt{\frac{٢}{٣}}$ ل ∴ $\sqrt{6}$ = $\sqrt{\frac{٢}{٣}}$ ل ∴ ل = ٣

∴ مجموع أطوال أحرفه = ٣ × ٦ = ١٨ سم .

٢١ م ا ب ح ى هرم رباعى قائم قاعدته المربع ا ب ح ى وكان $\overline{\text{ا ح}} \cap \overline{\text{ب ى}}$ = { ن }

فإذا كان طول ضلع المربع = طول الحرف الجانبى للهرم = ٨ $\sqrt{٢}$ سم . أوجد :

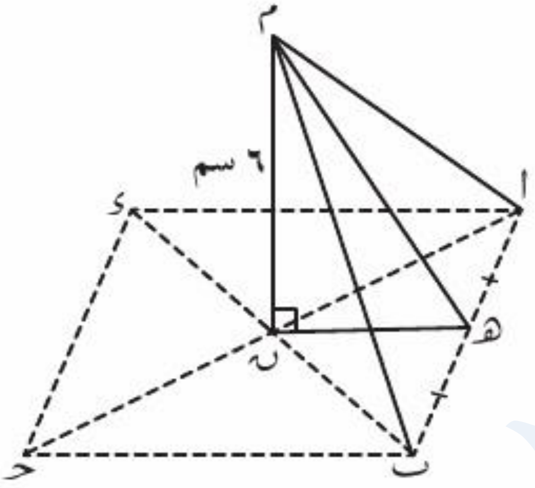
(أولًا) ارتفاع الهرم م ا ب ح ى

(ثانيًا) قياس زاوية ميل $\overline{\text{م ا}}$ على المستوى القاعدة ا ب ح ى

(ثالثًا) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين م ا ب ، ا ب ح ى

الحل

(أولًا) ∵ م ا ب ح ى هرم قائم



∴ $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ المستوى ا ب ح ى

∴ $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ن}}$

∵ $\overline{\text{ا ح}}$ قطر فى المربع ا ب ح ى

∴ ا ح = ا ب $\sqrt{٢}$

∴ ا ح = ٨ $\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٢}$ = ١٦ سم

∴ ا ن = $\frac{١}{٢}$ ا ح = ٨ سم

فى Δ ا ه م : ∵ (م ن)^{٢} = (م ا)^{٢} − (ا ن)^{٢}

∴ (م ن)^{٢} = (٨ $\sqrt{٢}$)^{٢} − (٨)^{٢} = ٦٤ ∴ م ن = ٨ سم .

(ثانيًا) ∵ $\overline{\text{م ه}}$ ⊥ المستوى ا ب ح ى ، ∵ $\overline{\text{ه ا}}$ هو مسقط المائل $\overline{\text{م ا}}$ على القاعدة

∴ ∠ م ا ن هى زاوية ميل $\overline{\text{م ا}}$ على القاعدة ا ب ح ى

∴ ظا (∠ م ا ن) = $\frac{\text{م ن}}{\text{ا ن}}$ = $\frac{٨}{٨}$ = ١ ∴ ق (∠ م ا ن) = ٤٥°

(ثالثًا) ∵ ه منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ؛ $\overline{\text{ن ه}}$ ، $\overline{\text{م ه}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ب}}$

∴ ∠ م ه ن هى زاوية مستوى للزاوية الزوجية بين المستويين م ا ب ، ا ب ح ى

∵ ه ن = $\frac{١}{٢}$ ب ح = $\frac{١}{٢}$ × ٨ $\sqrt{٢}$ = ٤ $\sqrt{٢}$ سم .

∴ ظا (∠ م ه ن) = $\frac{\text{م ن}}{\text{ه ن}}$ = $\frac{٨}{٤\sqrt{٢}}$ = $\sqrt{٢}$

∴ ق (∠ م ه ن) = ٨ً ٤٤َ ٤٥°